

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАГНИТНОЙ ЛЕНТЫ В СТРИМЕРАХ

В.Е. Лялин, В.П. Тарануха

Ижевский государственный технический университет, г.Ижевск

Увеличение продольной и поперечной плотности записи информации на магнитной ленте (МЛ) требует существенного улучшения динамических характеристик механизмов транспортирования ленты (МТЛ), применяемых в ленточных накопителях информации (стримерах). Многочисленными исследованиями установлены закономерности образования временных искажений информации по одной дорожке, когда МЛ рассматривается как упругая нить. Модель МЛ в виде двумерной среды позволяет описать другой вид искажений – динамические перекосы, т.е. временные рассогласования между различными дорожками, что особенно важно для стримеров с широкими МЛ (8 мм и более). Теоретическое исследование упругих деформаций, приводящих к перекосам, приведено в работах [1, 2], ряд работ посвящён экспериментальным исследованиям. Однако, применение полученных в [1, 2] результатов на практике затруднено неадекватностью граничных условий, т.к. реально в точках контакта МЛ с ведущими валами задаются линейные скорости, а не напряжения, как указано в работах [1, 2]. В работе [4] представлено уточнение волновых свойств МЛ с учётом ее ширины, хотя поправки, получаемые с учётом инерциальных свойств МЛ, в целом незначительны и ими на практике пренебрегают. Поэтому, в настоящей работе приводится решение задачи о плоском напряжённом состоянии МЛ, на двух краях которой заданы скорости перемещения, а два других свободны.

Как показано в работе [3], плоская задача движения МЛ между двумя вращающимися с заданной скоростью валами имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial y} + b \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + a \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 U_y}{\partial x \partial y} + a \frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} V_x(-l, y, t) - V_x \Theta(-l, y, t) &= \bar{V}_x(y, t) - V_0 \bar{\Theta}(y, t), \\ V_x(-l, y, t) &= \bar{V}_x(y, t), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} V_y(l, y, t) &= \bar{V}_y(y, t), \\ V_y(l, y, t) &= \bar{V}_y(y, t), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{yz}(x, y, t) &= 0 \quad \text{при} \quad y = 0, \\ \sigma_{yz}(x, y, t) &= 0, \end{aligned} \right\} y = H.$$

где  $U_x = U_x(x, y, t)$ ,  $U_y = U_y(x, y, t)$  – перемещения,  $V_x$ ,  $V_y$  – абсолютные скорости,  $\Theta$  – относительная объёмная деформация МЛ в неподвижной системе координат,  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  – напряжения,  $\lambda$ ,  $\mu$  – коэффициенты Ляме,  $V_0$  – скорость перемещения МЛ (номинальная),  $2l$ ,  $H$  – геометрические размеры отрезка МЛ,  $\bar{V}_x$ ,  $\bar{V}_y$ ,  $\bar{V}_x$ ,  $\bar{V}_y$ ,  $\bar{\Theta}$  – заданные на границах абсолютные скорости и относительная объёмная деформация,  $a = 4(\lambda + \mu)(3\lambda + 2\mu)^{-1}$ ,  $b = (\lambda + 2\mu)(3\lambda + 2\mu)^{-1}$  (рис. 1).

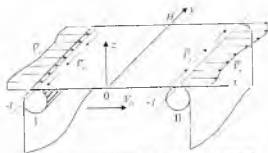


Рис. 1. Система координат и граничные условия

Выражая напряжения, абсолютные скорости, относительную объёмную деформацию через перемещения

$$\left. \begin{aligned} V_x &= \frac{\partial U_x}{\partial t} + V_0 \frac{\partial U_x}{\partial x}, \quad V_y = \frac{\partial U_y}{\partial t} + V_0 \frac{\partial U_y}{\partial x}, \\ \Theta &= 2\mu(\lambda + 2\mu)^{-1} \left( \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \right), \\ \sigma_{xx} &= 2(\lambda + \mu) \frac{\partial U_x}{\partial x} = \lambda \frac{\partial U_x}{\partial x}, \quad \sigma_{yy} = \mu \left( \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \right), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

и исключив из (1) одну из неизвестных функций, например  $U_x$ , получим

$$U_x(x, y, t) = -a \int \frac{\partial U_y}{\partial y} dx - b \int \frac{\partial U_y}{\partial x} dy - f_x(x, t) - f_y(y, t) - f_t(t), \quad (6)$$

где  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $f_t$  – неизвестные функции – постоянные интегрирования.

Таким образом, краевая смешанная задача (1)–(4) принимает вид

$$\frac{\partial^4 U_y}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 U_y}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 U_y}{\partial y^4} = 0, \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned}
& b \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U_1}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} \right) \right] dy + a \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial U_1}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} \right) \right] dx + \\
& + \frac{\partial f_1}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial f_1}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial U_1}{\partial y} + \frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\partial f_1}{\partial x} = -(\bar{f}_1 - \bar{f}_2 \bar{\Theta}), \\
& \frac{\partial U_1}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} = \bar{f}_1, \\
& b \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U_2}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \right) \right] dy + a \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial U_2}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \right) \right] dx + \\
& + \frac{\partial f_2}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial f_2}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial t} + \frac{\partial f_2}{\partial x} = -\bar{f}_2, \\
& \frac{\partial U_2}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} = \bar{f}_2, \\
& (a - \gamma) \frac{\partial U_1}{\partial y} + b \int \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} dy + \frac{\partial f_1}{\partial x} = 0, \\
& (b - 1) \frac{\partial U_2}{\partial x} + a \int \frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} dx + \frac{\partial f_2}{\partial y} = 0,
\end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{при } x = -l \\ \text{при } x = l \end{array} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned}
& (a - \gamma) \frac{\partial U_1}{\partial y} + b \int \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} dy + \frac{\partial f_1}{\partial x} = 0, \\
& (b - 1) \frac{\partial U_2}{\partial x} + a \int \frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} dx + \frac{\partial f_2}{\partial y} = 0,
\end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{при } y = 0, \\ y = H \end{array} \quad (9)$$

где  $\alpha_1 = V_0 \lambda (\lambda + 2\mu)^{-1}$ ,  $\alpha_2 = 2V_0 \mu (\lambda + 2\mu)^{-1}$ ,  $\gamma = (\lambda + 2\mu) \lambda^{-1}$ .

Используя методы разложения неизвестных и заданных функций в ряды Фурье на отрезке  $y \in [0, H]$  и удовлетворяя условиям (8), (9), ищем решение задачи в виде монохроматических колебаний с произвольной частотой  $\omega_0$ .

Были получены следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned}
& \bar{U}_y(x, y) \delta(y) \approx \\
& \approx \sum_k U_{yk}(x) \sqrt{1 + \lambda_k^2 \varepsilon^2} \sin(\lambda_k \varepsilon - \arctg \lambda_k \varepsilon) \delta(y), \\
& \bar{U}_y(x, y) \delta(y - H) \approx \\
& \approx \sum_k U_{yk}(x) \sqrt{1 + \lambda_k^2 \varepsilon^2} \sin(\lambda_k (H - \varepsilon) + \arctg \lambda_k \varepsilon) \delta(y - H),
\end{aligned} \right\}$$

$$U_x(x, y, t) = \sum_k \left\{ \left[ B_{1k} \sin(\omega_0 t + \varphi_{1k}) + F_{2k}(x) \sin(\omega_0 t + \varphi_{2k}(x)) \right] \cos \lambda_k y + F_{3k}(x) \sin(\omega_0 t + \varphi_{3k}(x)) + F_{4k}(x) \sin(\omega_0 t - \varphi_{3k}) \right\}, \quad (10)$$

$$U_y(x, y, t) = \sum_k \left\{ \left[ \sin \lambda_k y + \sqrt{1 + \lambda_k^2 c^2} [\sin(\lambda_k \varepsilon - \arctg \lambda_k \varepsilon) \delta(y) + \sin(\lambda_k (H - \varepsilon) + \arctg \lambda_k \varepsilon) \delta(y - H)] \right] + F_{4k}(x) \sin(\omega_0 t + \varphi_{4k}(x)) \right\}.$$

В дальнейшем, для примера, не учитывая движение ленты вдоль оси и принимая  $\varepsilon_2(y) = \varepsilon_{2H} - (\varepsilon_{2H} - \varepsilon_{2k})H^{-1}y$ ,  $\varepsilon_1(y) = \varepsilon_0$ , получим, граничные условия (2)–(3) в виде

$$\begin{aligned} V_x(-l, y, t) - V_0 \Theta(-l, y, t) &= \\ &= V_0 \left[ 1 + \varepsilon_0 R^{-1} \cos(\omega_0 t + \varphi_1(y)) \right] - \\ &- V_0 \mu \varepsilon_0 l^{-1} (\lambda + 2\mu)^{-1} \sin(\omega_0 t + \varphi_1(y)), \\ U_y(-l, y, t) &= 0, \\ V_x(l, y, t) &= \\ &= V_0 \left[ 1 + (\varepsilon_{2H} - (\varepsilon_{2H} - \varepsilon_{2k})H^{-1}y) R^{-1} \cos(\omega_0 t + \varphi_2(y)) \right], \\ U_y(l, y, t) &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

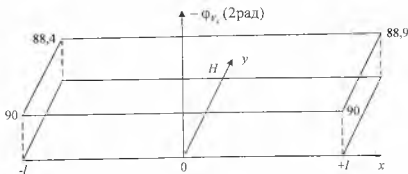


Рис. 4. Изменение фазы скорости  $V_x$

Были выполнены расчёты при значениях

$$\varphi_1(y) = \pi y (2H)^{-1}, \quad \varphi_2(y) = \pi y (3H)^{-1},$$

$$R_1 = R_2 = 13 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad V_0 = 0,76 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

$$H = 25 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad I = 0,25 \text{ м},$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{2H} = 10^{-6} \text{ м}, \quad \varepsilon_{2k} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

$$\lambda = 2596,153 \cdot 10^{-6} \text{ Нм}^{-2}, \quad \mu = 1730,769 \cdot 10^{-6} \text{ Нм}^{-2}.$$

Анализ результатов расчетов позволяет сделать следующие выводы:

1. При значениях параметров, близких к реальным, разложения решений в ряды Фурье сходятся достаточно быстро.
2. Зависимость распределения амплитуд перекосов по ширине МЛ мало отличается от линейной при отсутствии смещений по оси  $Y$ .
3. Влияние граничных условий на входе и выходе рассматриваемого участка МЛ не одинаково и совпадает при равной нулю номинальной скорости протягивания МЛ.
4. Полученные результаты дают основание для применения к данному типу задач приближенных методов, основанных на разложениях по системам ортогональных функций (проекционные методы).

#### Список использованных источников

1. Варнаускас П.А., Куртинайтис А.И., Рагульскис К.М. Методы и средства экспериментальных исследований динамики прецизионных лентопротяжных механизмов. – Вильнюс: Мокскас, 1982. – 104 с.
2. Рагульскис К.М., Лядин В.Е., Варнаускас П.А. и др. Динамика прецизионных лентопротяжных механизмов. – Вильнюс: Мокскас, 1984. – 171 с.
3. Захаров В.Г., Севенко С.П. Уточненная динамическая модель пространственных колебаний магнитных лент. – Техника средств связи. Серия О.Т. М., 1982, № 2 (14). – С. 39–43.
4. Норенков И.П., Трудоношин В.А. Телекоммуникационные технологии и сети. – М.: Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2000. – 248 с.

## МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ МАГНИТНОЙ ЛЕНТЫ В СТРИМЕРАХ

В.П. Тарануха, К.М. Рагульскис

Ижевский государственный технический университет, г.Ижевск

Рассмотрим динамическую модель кинематической пары, образуемой движущейся лентой и поверхностью, совершающей вынужденные механические колебания: на рис. 1 приведена динамическая модель вибрирующей поверхности 1, которая в плоскости  $XOZ$  совершает вынужденные механические колебания.

По ней движется лента 2. Поверхность 1 возбуждается механическими колебаниями от двух элементов, например пьезоэлектрических